

## Quadratische Gleichungen lösen

### Was sind quadratische Gleichungen und wozu dient diese Methode?

Quadratische Gleichungen enthalten nur eine Variable und diese als Quadrat:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Gleichungen löst man zum Beispiel um Nullstellen zu berechnen oder Anwendungsprobleme zu lösen

### p/q Formel:

$$x^2 + px + q = 0$$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

### So gehst du vor:

- Ist eine Gleichung schon in **Produktform** gegeben, kann man die Lösungen direkt angeben, denn ein Produkt kann nur Null sein, wenn mindestens einer der Faktoren Null ist:  
 $(2x - 5)(x + 3) = 0$   
 $\Leftrightarrow x = 2,5 \quad \vee \quad x = -3$
- Bringe ansonsten als erstes alle Summanden auf die linke Seite und verrechne Potenzen mit gleichem Exponenten:  
 $7x^2 + 4x - 15 = -19 + 5x^2 - 2x$   
 $\Leftrightarrow 2x^2 + 6x + 4 = 0$
- Besondere Formen quadratischer Gleichungen kannst du leicht lösen:  
**Wurzelziehen:**  
 $3x^2 - 9 = 0$   
 $\Leftrightarrow x^2 - 3 = 0$   
 $\Leftrightarrow x^2 = 3$   
 $\Leftrightarrow x = \sqrt{3} \quad \vee \quad x = -\sqrt{3}$
- Ausklammern:**  
 $3x^2 + 9x = 0$   
 $\Leftrightarrow 3x(x + 3) = 0$   
 $\Leftrightarrow x = 0 \quad \vee \quad x = -3$
- Geht das nicht musst du die **p/q Formel** oder (nur wenn du wirklich sicher bist) die quadratische Ergänzung anwenden. Bringe dabei vorher die Gleichung auf **Normalform**, indem du jeden Summanden durch den Faktor vor dem  $x^2$  dividierst:

$$\begin{aligned}
 & 2x^2 - 3x - 7 = 0 \\
 \Leftrightarrow & x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{7}{2} = 0 \\
 \Leftrightarrow & x = \frac{3}{4} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{7}{2}} \\
 \Leftrightarrow & x = \frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{65}{16}} \\
 \Leftrightarrow & x = \frac{3 + \sqrt{65}}{4} \quad \vee \quad x = \frac{3 - \sqrt{65}}{4} \\
 \Rightarrow & x \approx 2,77 \quad x \approx -1,27
 \end{aligned}$$

- Es gibt quadratische Gleichungen, die nur eine oder gar keine Lösung haben. Hier ist die Zahl unter der Wurzel 0 ( $\rightarrow$  eine Lösung) oder negativ ( $\rightarrow$  keine Lösung).